

直角三角形の合同条件を用いた証明 3

問題 $\angle A = 90^\circ$ である
 直角二等辺三角形 ABC がある。
 そのひとつの鋭角 $\angle B$ の
 二等分線が 辺 AC と交わる点を
 D とする。
 D から斜辺 BC に垂線をひき、
 斜辺 BC との交点を E とすれば、
 $AD = ED = EC$
 である。
 このことを証明しなさい。

図

作業

この問題文にあてはまる図をかきなさい。

仮定

結論

証明の考え方

第1段階

$\triangle ABD \cong \triangle EBD$ をいい、
 $AD = ED$ を示す。

第2段階

$\triangle ABC$ が直角二等辺三角形である
 ことから、 $\angle C$ の大きさを計算する。

次に、 $\triangle EDC$ が直角三角形である
 ことから $\angle CDE$ の大きさを計算する。

以上により、 $\triangle EDC$ が二等辺三角
 形であることを示す。

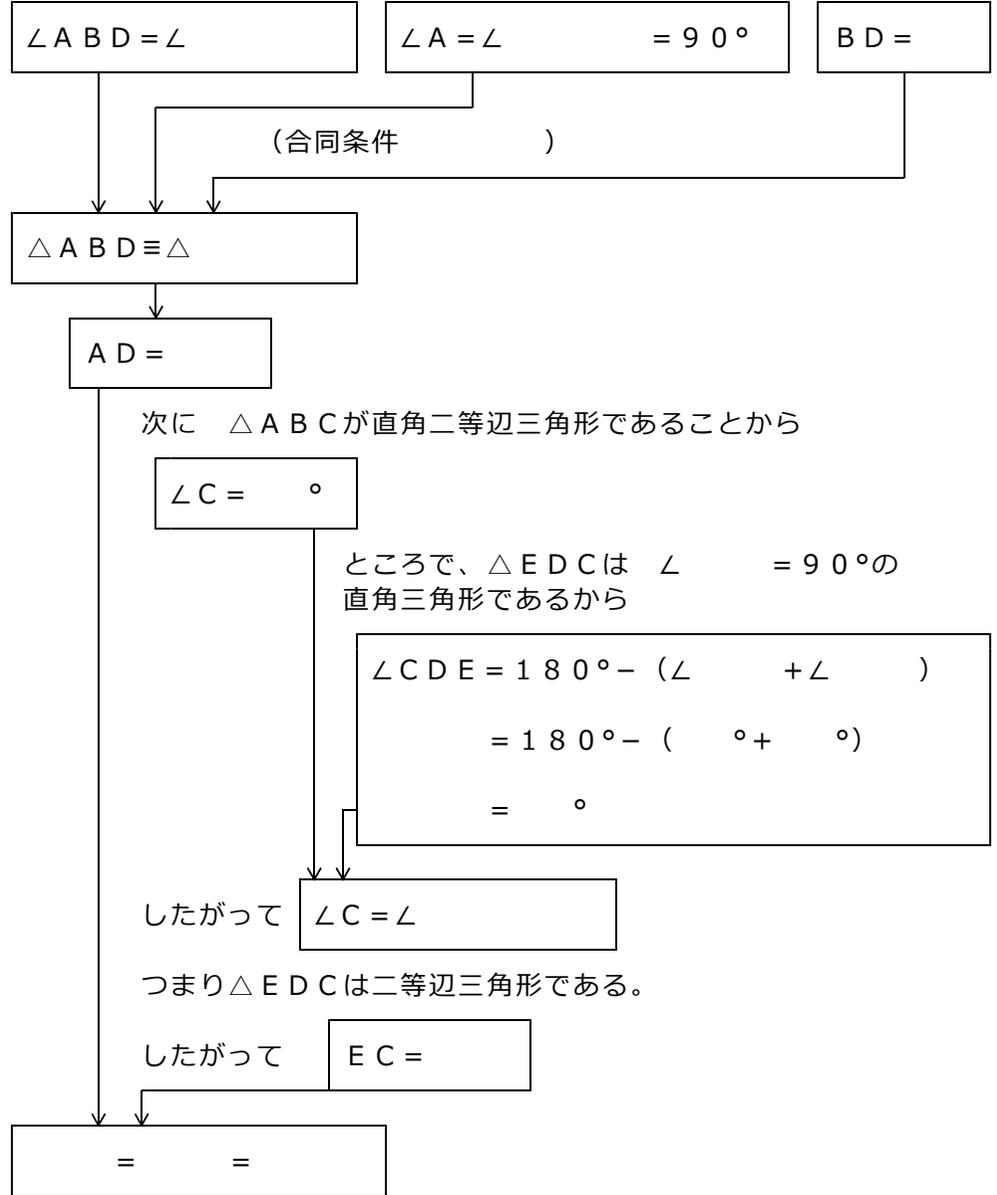
そこで
 $EC = ED$
 をいうことができる。

証明の流れ

$\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ において
 (仮定より)

(仮定より)

()



直角三角形の合同条件を用いた証明 3

$\triangle ABD$ と $\triangle EBD$ において

仮定より

$$\angle ABD = \angle EBD \quad \dots\dots ①$$

$$\angle A = \angle BED = 90^\circ \quad \dots\dots ②$$

共通だから

$$BD = BD \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③より, 2つの直角三角形において

斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$$

したがって

$$AD = ED \quad \dots\dots ④$$

次に $\triangle ABC$ が直角二等辺三角形であることから

$$\angle C = 45^\circ$$

ところで, $\triangle EDC$ は $\angle DEC = 90^\circ$ の

直角三角形であるから

$$\angle CDE$$

$$= 180^\circ - (\angle DE + \angle C)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$$

$$= 45^\circ$$

したがって

$$\angle C = \angle CDE = 45^\circ$$

つまり $\triangle EDC$ は二等辺三角形である。

したがって

$$EC = ED \quad \dots\dots ⑤$$

④, ⑤より

$$AD = ED = EC$$