

線分の垂直二等分線の作図が正しいことの証明

作業 次の手順で、線分 AB の垂直二等分線の作図をなさい。

- ①点 A, B を中心として、等しい半径の円をかく。
- その 2 つの円の交点を C, D とする。
- ②直線 CD をひく。



問題 上の方法での作図で、CD が線分 AB の垂直二等分線となることを証明しなさい。

ただし、AB と CD との交点を M としなさい。

証明の方針

- ① $\triangle ADC \equiv \triangle BDC$ をいう。
- ② ①より $\angle ACD = \angle BCD$ を示す。
- ③ $\triangle CAB$ が二等辺三角形であることから、二等辺三角形の頂角の二等分線の性質「二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に 2 等分する。」を用いる。

仮定

作図における仮定とは、円をかいて交わった点までの距離が等しいということですね。

結論

結論は上のように、文章で表現することができるが、これまでのように式で表現することもできる。

証明の中では式で表現して、最終的に文章に書き直すことが多い。では、上のことからを式で表現するとどうなるか考えてみよう。この結論を式で表現すると

証明

$\triangle ADC$ と $\triangle BDC$ において

仮定より

$$\text{-----} = \text{-----} \quad \dots\dots ①$$

仮定より

$$\text{-----} = \text{-----} \quad \dots\dots ②$$

$$\text{-----} = \text{-----} \quad \dots\dots ③$$

①②③より 2 つの三角形において

から

$$\triangle ADC \equiv \triangle BDC$$

合同な三角形の性質より
(合同な三角形の対応する角の大きさは等しいから)

$$\angle ACD = \angle BCD \quad \dots\dots ④$$

次に、 $\triangle CAB$ で考えると、 $\triangle CAB$ は $CA = CB$ であるから二等辺三角形である。

そして、④のことは、CD は $\triangle CAB$ の頂角の二等分線であることを示している。

したがって、二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分するから、CD は線分 AB の垂直二等分線となる。

線分の垂直二等分線の作図が正しいことの証明

仮定 $AC = AD = BC = BD$

証明

$\triangle ADC$ と $\triangle BDC$ において

仮定より

$$\underline{AC} = \underline{BC} \quad \dots\dots ①$$

仮定より

$$\underline{AD} = \underline{BD} \quad \dots\dots ②$$

共通だから

$$\underline{AC} = \underline{AC} \quad \dots\dots ③$$

①②③より 2 つの三角形において

3 組の辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ADC \equiv \triangle BDC$$

合同な三角形の性質より
(合同な三角形の対応する角の大きさは等しいから)

$$\angle ACD = \angle BCD \quad \dots\dots ④$$

次に、 $\triangle CAB$ で考えると、 $\triangle CAB$ は $CA = CB$ であるから二等辺三角形である。

そして、④のことは、CD は $\triangle CAB$ の頂角の二等分線であることを示している。

したがって、二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分するから、CD は線分 AB の垂直二等分線となる。