

二等辺三角形の性質の証明

問題
 三角形が二等辺三角形であるならば、その2つの底角は等しい。

つまり、 $\triangle ABC$ において
 $AB = AC$
 ならば、
 $\angle B = \angle C$
 である。

このことを証明しなさい。



このことの証明では、そのままの図では証明ができない。そこで補助線を引くことになる。

仮定

結論

証明の流れ

頂角 $\angle A$ の二等分線をひき、底辺との交点をPとする。

$\triangle ABP$ と $\triangle ACP$ において

仮定より

$AB =$

仮定より

$\angle BAP = \angle$

(.....)

(合同条件.....)

$\triangle ABP \equiv \triangle$

二等辺三角形の性質の証明

証明

頂角 $\angle A$ の二等分線をひき、底辺との交点をPとする。

$\triangle ABP$ と $\triangle ACP$ において

仮定より

$AB = AC$ ①

この証明からさらに導き出されることがら

まとめ

定理 (二等辺三角形の性質)

定理 (二等辺三角形の頂角の二等分線の性質)

二等辺三角形の性質の証明

証明

頂角 $\angle A$ の二等分線をひき、底辺との交点を P とする。

$\triangle ABP$ と $\triangle ACP$ において

仮定より

$$AB = AC \quad \dots\dots ①$$

仮定より

$$\angle BAP = \angle CAP \quad \dots\dots ②$$

共通だから

$$AP = AP \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③より2つの三角形において

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$$

したがって、

$$\angle ABP = \angle ACP$$

すなわち、二等辺三角形の底角は等しい。

この証明からさらに導き出されることがら

2つの三角形が合同であることから、合同な三角形に成り立つ6つの等式のうちあと2つも成り立つことがわかる。

つまり、 $BP = CP$ と $\angle APB = \angle APC$ が成り立つ。

$\angle APB + \angle APC = 180^\circ$ だから $\angle APB = \angle APC = 90^\circ$ ということがわかる。つまり、 $AP \perp BC$ である。

まとめ

定理 (二等辺三角形の性質)

二等辺三角形の底角は等しい。

定理 (二等辺三角形の頂角の二等分線の性質)

二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。

(二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺の垂直二等分線である。)