

I. 次の式を因数分解しなさい。

- ①【栃木89】
 $x^2 - 10x + 9$
 $= (x - 1)(x - 9)$
- ②【青雲高89】
 $x^2 - 14x + 24$
 $= (x - 2)(x - 12)$
- ③【長崎89】
 $x^2 - 6x + 9$
 $= (x - 3)^2$
- ④【明治学院高89】
 $x^2 - 3x - 10$
 $= (x + 2)(x - 5)$
- ⑤【愛媛・和歌山89】
 $x^2 - 5x - 24$
 $= (x + 3)(x - 8)$
- ⑥【岩手89】
 $x^2 - x - 6$
 $= (x + 2)(x - 3)$
- ⑦【佼成学園女子高89】
 $9a^2 - 1$
 $= (3a)^2 - 1$
 $= (3a + 1)(3a - 1)$
- ⑧【沖縄89】
 $x^2 - 12x + 36$
 $= (x - 6)^2$
- ⑨【島根89】
 $x^2 - x - 12$
 $= (x + 3)(x - 4)$
- ⑩【茨城89】
 $x^2 + 2xy - x$
 $= x(x + 2y - 1)$
- ⑪【京都89】
 $3x^2 + 12x - 36$
 $= 3(x^2 + 4x - 12)$
 $= 3(x + 6)(x - 2)$
- ⑫【千葉89】
 $ab^2 + 6ab + 8a$
 $= a(b^2 + 6b + 8)$
 $= a(b + 2)(b + 4)$
- ⑬【佐賀89】
 $ax^2 - 16a$
 $= a(x^2 - 16)$
 $= a(x + 4)(x - 4)$

- ⑭【島根91】
 $x^2 + 4x - 12$
 $= (x + 6)(x - 2)$
- ⑮【富山91】
 $x^2 - 2x - 8$
 $= (x - 4)(x + 2)$
- ⑯【静岡91】
 $a^2 - 2a - 15$
 $= (a - 5)(a + 3)$
- ⑰【群馬91】
 $3a^2b - 6ab - 9b$
 $= 3b(a^2 - 2a - 3)$
 $= 3b(a - 3)(a + 1)$
- ⑱【福井91】
 $ax^2 - 5ax + 6a$
 $= a(x^2 - 5x + 6)$
 $= a(x - 2)(x - 3)$
- ⑲【京都91】
 $3x^2 - 18 + 3x$
 $= 3x^2 + 3x - 18$
 $= 3(x^2 + x - 6)$
 $= 3(x + 3)(x - 2)$
- ⑳【愛知91】
 $a^2 + 25b^2 - 10ab$
 $= a^2 - 10ab + 25b^2$
 $= (a - 5b)(a - 5b)$
 $= (a - 5b)^2$

II. 次の式を因数分解しなさい。

- ①【鹿児島89】
 $x^2 - 4x - 12$
 $= (x - 6)(x + 2)$
- ②【国土館大附高89】
 $x^2 + 4x - 5$
 $= (x + 5)(x - 1)$
- ③【佼成女子校89】
 $3a^2 - 6a - 144$
 $= 3(a^2 - 2a - 48)$
 $= 3(a - 8)(a + 6)$
- ④【三重91】
 $ax - by - ay + bx$
 $= ax - ay + bx - by$
 $= a(x - y) + b(x - y)$
 $= (x - y)(a + b)$
- ⑤【奈良91】
 $2x^2 - 10x - 12$
 $= 2(x^2 - 5x - 6)$
 $= 2(x - 6)(x + 1)$

- ⑥【大阪91】
 $2x^2y + 6xy^2$
 $= 2xy(x + 3y)$
- ⑦【茨城91】
 $ax^2 + 5ax + 6a$
 $= a(x^2 + 5x + 6)$
 $= a(x + 2)(x + 3)$
- ⑧【福岡91】
 $x^2 - 12 + 4x$
 $= x^2 + 4x - 12$
 $= (x + 6)(x - 2)$
- ⑨【大阪89】
 $(a + b)^2 - 4$
 $a + b = X$ とおく
(与式) $= X^2 - 2^2$
 $= (X + 2)(X - 2)$
 $= (a + b + 2)(a + b - 2)$
- ⑩【兵庫89】
 $(x - 3)^2 - x - 17$
【一度展開してから
因数分解する方法】
(与式)
 $= x^2 - 6x + 9 - x - 17$
 $= x^2 - 7x - 8$
 $= (x + 1)(x - 8)$
【無理矢理かんづめする方法】
(与式)
 $= (x - 3)^2 - x + 3 - 3 - 17$
 $= (x - 3)^2 - (x - 3) - 20$
ここで、 $x - 3 = A$ とおく
(与式) $= A^2 - A - 20$
 $= (A - 5)(A + 4)$
 $= (x - 3 - 5)(x - 3 + 4)$
 $= (x - 8)(x + 1)$
- ⑪【新潟89】
 $(x - 2)^2 - 2x + 4$
【びんづめ方式】
(与式) $= (x - 2)^2 - 2(x - 2)$
 $= (x - 2)(x - 2 - 2)$
 $= (x - 2)(x - 4)$
【一度展開してから因数分解】
(与式) $= x^2 - 4x + 4 - 2x + 4$
 $= x^2 - 6x + 8$
 $= (x - 2)(x - 4)$
- ⑫【成城学園高89】
 $x(a - b) - a + b$
 $a - b = A$ とおく
(与式) $= x(a - b) - (a - b)$
 $= xA - A$
 $= A(x - 1)$
 $= (a - b)(x - 1)$

⑬【東京工業大学附属工業高89】

$$\begin{aligned} &(x-3)^2 + 2(3-x) \\ &x-3 = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= (x-3)^2 - 2(x-3) \\ &= A^2 - 2A \\ &= A(A-2) \\ &= (x-3)(x-3-2) \\ &= (x-3)(x-5) \end{aligned}$$

⑭【早稲田大学高等学院89】

$$\begin{aligned} &a(a+2) + 1 \\ &= a^2 + 2a + 1 \\ &= (a+1)^2 \end{aligned}$$

⑮【千葉93】

$$\begin{aligned} &(x+3)^2 - 4 \\ &x+3 = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= A^2 - 4 \\ &= (A+2)(A-2) \\ &= (x+3+2)(x+3-2) \\ &= (x+5)(x+1) \end{aligned}$$

⑯【神奈川93】

$$\begin{aligned} &(x+2)^2 - 4x - 8 \\ &x+2 = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= (x+2)^2 - 4(x+2) \\ &= A^2 - 4A \\ &= A(A-4) \\ &= (x+2)(x+2-4) \\ &= (x+2)(x-2) \end{aligned}$$

⑰【福岡93】

$$\begin{aligned} &9(x-y) - x + y \\ &x-y = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= 9(x-y) - (x-y) \\ &= 9A - A \\ &= 8A \\ &= 8(x-y) \end{aligned}$$

⑱【茨城93】

$$\begin{aligned} &ax^2 + 2ax + a \\ &= a(x^2 + 2x + 1) \\ &= a(x+1)^2 \end{aligned}$$

⑲【群馬93】

$$\begin{aligned} &2a^2 - 50 \\ &= 2(a^2 - 25) \\ &= 2(a+5)(a-5) \end{aligned}$$

⑳【栃木93】

$$\begin{aligned} &x^2 - 2x - 15 \\ &= (x-5)(x+3) \end{aligned}$$

㉑【愛知93】

$$\begin{aligned} &a^2 - 4(3-a) \\ &= a^2 - 12 + 4a \\ &= a^2 + 4a - 12 \\ &= (a+6)(a-2) \end{aligned}$$

㉒【三重93】

$$\begin{aligned} &x^2 + 2x - 48 \\ &= (x+8)(x-6) \end{aligned}$$

㉓【愛媛93】

$$\begin{aligned} &x^2 + 7x - 30 \\ &= (x+10)(x-3) \end{aligned}$$

㉔【奈良93】

$$\begin{aligned} &x^2 - 10x + 16 \\ &= (x-8)(x-2) \end{aligned}$$

㉕【福井93】

$$\begin{aligned} &3a^2 + 3a - 6 \\ &= 3(a^2 + a - 2) \\ &= 3(a+2)(a-1) \end{aligned}$$

㉖【沖縄93】

$$\begin{aligned} &x^2 + xy \\ &= x(x+y) \end{aligned}$$

㉗【長崎93】

$$\begin{aligned} &x^2 - 9y^2 \\ &= (x+3y)(x-3y) \end{aligned}$$

㉘【兵庫93】

$$\begin{aligned} &x(x-2) - (2-x) \\ &= x(x-2) + (-2+x) \\ &= x(x-2) + (x-2) \\ &= (x-2)(x+1) \\ \text{【別解 一度展開してから】} \\ (\text{与式}) &= x^2 - 2x - 2 + x \\ &= x^2 - x - 2 \\ &= (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

因数分解 入試問題の中から 2 解答編 (Pr.No.262B-A)

I

①【兵庫91】

$$\begin{aligned} &(x+3)(2x-1) - x(x+7) \\ &= 2x^2 - x + 6x - 3 - x^2 - 7x \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ &= (x-3)(x+1) \end{aligned}$$

②【神奈川91】

$$\begin{aligned} &(x+4)(x-4) - x + 4 \\ \text{【かんづめ方式】} \\ &x-4 = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= (x+4)A - A \\ &= A(x+4-1) \\ &= (x-4)(x+3) \end{aligned}$$

【びんづめ方式】

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= (x+4)(x-4) - (x-4) \\ &= (x-4)(x+4-1) \\ &= (x-4)(x+3) \end{aligned}$$

【一度展開して因数分解】

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= x^2 - 16 - x + 4 \\ &= x^2 - x - 12 \\ &= (x-4)(x+3) \end{aligned}$$

③【熊本89】

$$\begin{aligned} &(x+2)^2 + 3(x+2) - 18 \\ \text{【かんづめ方式】} \\ &x+2 = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= A^2 + 3A - 18 \\ &= (A+6)(A-3) \\ &= (x+2+6)(x+2-3) \\ &= (x+8)(x-1) \end{aligned}$$

【一度展開する方法】

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= x^2 + 4x + 4 + 3x + 6 - 18 \\ &= x^2 + 7x - 8 \\ &= (x+8)(x-1) \end{aligned}$$

④【広島大附高89】

$$\begin{aligned} &(a-b)^2 - 5(a-b) - 14 \\ &a-b = X \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= X^2 - 5X - 14 \\ &= (X+2)(X-7) \\ &= (a-b+2)(a-b-7) \end{aligned}$$

⑤【駒沢大高89】

$$\begin{aligned} &(x-1)^2 + 4(x-1) - 12 \\ \text{【かんづめ方式】} \\ &x-1 = A \text{ とおく} \\ (\text{与式}) &= A^2 + 4A - 12 \\ &= (A+6)(A-2) \\ &= (x-1+6)(x-1-2) \\ &= (x+5)(x-3) \\ \text{【一度展開する方法】} \\ (\text{与式}) &= x^2 - 2x + 1 + 4x - 4 - 12 \\ &= x^2 + 2x - 15 \\ &= (x+5)(x-3) \end{aligned}$$

⑥【淑徳学園高89】

$$(x-y)^2 - 5(x-y) - 24$$

$$x-y = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 - 5A - 24$$

$$= (A+3)(A-8)$$

$$= (x-y+3)(x-y-8)$$

⑦【京都93】

$$(x-1)^2 + 4(x-1) - 12$$

$$x-1 = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 + 4A - 12$$

$$= (A+6)(A-2)$$

$$= (x-1+6)(x-1-2)$$

$$= (x+5)(x-3)$$

⑧【広島93】

$$(x-y)^2 + (x-y) - 6$$

$$x-y = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 + A - 6$$

$$= (A+3)(A-2)$$

$$= (x-y+3)(x-y-2)$$

⑨【高知93】

$$(a-b)^2 - 2a + 2b - 3$$

$$a-b = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式})$$

$$= (a-b)^2 - 2(a-b) - 3$$

$$= A^2 - 2A - 3$$

$$= (A-3)(A+1)$$

$$= (a-b-3)(a-b+1)$$

⑩【香川93】

$$(x-3)^2 + 2(x-3) - 15$$

$$x-3 = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 + 2A - 15$$

$$= (A+5)(A-3)$$

$$= (x-3+5)(x-3-3)$$

$$= (x+2)(x-6)$$

⑪【石川93】

$$(a-2)^2 + 3(a-2) - 10$$

$$a-2 = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 + 3A - 10$$

$$= (A+5)(A-2)$$

$$= (a-2+5)(a-2-2)$$

$$= (a+3)(a-4)$$

⑫【神奈川大附高89】

$$(x^2+5x)^2 + 10(x^2+5x) + 24$$

$$x^2+5x = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 + 10A + 24$$

$$= (A+4)(A+6)$$

$$= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$$

$$= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)$$

⑬【東大寺学園高89】

$$(x^2-2x)^2 - 2(x^2-2x) - 3$$

$$x^2-2x = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A^2 - 2A - 3$$

$$= (A+1)(A-3)$$

$$= (x^2-2x+1)(x^2-2x-3)$$

$$= (x-1)^2(x+1)(x-3)$$

⑭【日大第三高89】

$$(a-1)^2 - a + 1$$

【かんづめ方式】

$$a-1 = X \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = X^2 - X$$

$$= X(X^2 - 1)$$

$$= X(X+1)(X-1)$$

$$= (a-1)(a-1+1)(a-1-1)$$

$$= (a-1)a(a-2)$$

$$= a(a-1)(a-2)$$

【一度展開してから因数分解】

$$(\text{与式})$$

$$= (a-1)(a-1)^2 - a + 1$$

$$= (a-1)(a^2 - 2a + 1) - a + 1$$

$$= a^3 - 2a^2 + a - a^2 + 2a$$

$$-1 \quad -a + 1$$

$$= a^3 - 3a^2 + 2a$$

$$= a(a^2 - 3a + 2)$$

$$= a(a-1)(a-2)$$

⑮【土佐高89】

$$(x^2+2x-5)^2 - (x^2-7)^2$$

$$x^2+2x-5 = A, \quad x^2-7 = B$$

とおけば

$$(\text{与式}) = A^2 - B^2$$

$$= (A+B)(A-B)$$

$$= (x^2+2x-5+x^2-7)$$

$$\times (x^2+2x-5-x^2+7)$$

$$= (2x^2+2x-12)(2x+2)$$

$$= 2(x^2+x-6) \times 2(x+1)$$

$$= 4(x+3)(x-2)(x+1)$$

⑯【成城高89】

$$x^2+3ax+12x+36a$$

$$= x^2+(3a+12)x+36a$$

$$= (x+3a)(x+12)$$

⑰【玉川学園高等部89】

$$(a-b)+9b^2(b-a)$$

$$= a^2(a-b)-9b^2(a-b)$$

$$= (a-b)(a^2-9b^2)$$

$$= (a-b)(a+3b)(a-3b)$$

⑱【東京電気大高89】

$$(ax+b)^2+(bx-a)^2$$

$$= a^2x^2+2abx+b^2$$

$$+b^2x^2-2abx+a^2$$

$$= a^2x^2+b^2x^2+a^2+b^2$$

$$= x^2(a^2+b^2)+(a^2+b^2)$$

$$= (a^2+b^2)(x^2+1)$$

⑲【修道高89】

$$(x-y)(x-y-5)-6$$

$$x-y = A \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = A(A-5)-6$$

$$= A^2-5A-6$$

$$= (A-6)(A+1)$$

$$= (x-y-6)(x-y+1)$$

⑳【市川高89】

$$(a+b-1)^2+(a+b)-3$$

$$a+b = X \text{ とおく}$$

$$(\text{与式}) = (X-1)^2+X-3$$

$$= X^2-2X+1+X-3$$

$$= X^2-X-2$$

$$= (X+1)(X-2)$$

$$= (a+b+1)(a+b-2)$$

II. 次の式を因数分解しなさい。

①【國學院高89】

$$x^2+4xy+4y^2-z^2$$

$$= (x+2y)^2-z^2$$

$$= (x+2y+z)(x+2y-z)$$

②【明星高89】

$$x^2+ax+a-1$$

$$= x^2-1+ax+a$$

$$= (x+1)(x-1)+a(x+1)$$

$$= (x+1)(x-1+a)$$

③【東京家政大附女子高89】

$$x^2-x+y-y^2$$

$$= x^2-y^2-x+y$$

$$= (x+y)(x-y)-(x-y)$$

$$= (x-y)(x+y-1)$$

④【近畿大附高89】

$$x^2+2xy+y^2-4$$

$$= (x+y)^2-4$$

$$= (x+y+2)(x+y-2)$$

⑤【愛光高89】

$$x^3-x^2y-xy^2+y^3$$

$$= x^2(x-y)-y^2(x-y)$$

$$= (x-y)(x^2-y^2)$$

$$= (x-y)(x+y)(x-y)$$

$$= (x+y)(x-y)^2$$

⑥【駿台甲府高89】

$$4x(x+y)+y^2$$

$$= 4x^2+4xy+y^2$$

$$= (2x)^2+2y \times 2x+y^2$$

$$= (2x+y)^2$$

⑦【早稲田実業学校高等部89】

$$p(p+1)-q(q-1)$$

$$= p^2+p-q^2+q$$

$$= p^2-q^2+p+q$$

$$= (p+q)(p-q)+(p+q)$$

$$= (p+q)(p-q+1)$$

⑧【嘉悦女子高89】

$$2x^2y-16xy+32y$$

$$= 2y(x^2-8x+16)$$

$$= 2y(x-4)^2$$

⑨【早稲田大本庄高等学院89】

$$\begin{aligned}
& x^2 + 3xy + 2y^2 + y - 1 \\
&= x^2 + 2xy + y^2 + xy + y^2 + y - 1 \\
&= (x+y)^2 + y(x+y) + y - 1 \\
&\quad \text{ここで } x+y = A \text{ とおく} \\
&(\text{与式}) = A^2 + yA + y - 1 \\
&= (A+y-1)(A+1) \\
&= \{(x+y)+y-1\} \{(x+y)+1\} \\
&= (x+y+y-1)(x+y+1) \\
&= (x+2y-1)(x+y+1)
\end{aligned}$$

⑩【高知学芸高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 + y^2 - ax - 2xy + ay \\
&= x^2 - 2xy + y^2 - ax + ay \\
&= (x-y)^2 - a(x-y) \\
&= (x-y)(x-y-a)
\end{aligned}$$

⑪【甲陽学院高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 - 2y^2 + xy + 6x + 3y + 9 \\
&= x^2 + 6x + 9 + xy + 3y - 2y^2 \\
&= (x+3)^2 - y(x+3) - 2y^2 \\
&\quad \text{ここで } x+3 = A \text{ とおく} \\
&(\text{与式}) = A - yA - 2y^2 \\
&= (A-2y)(A+y) \\
&= (x+3-2y)(x+3+y)
\end{aligned}$$

⑫【佼成学園女子高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 + y^2 + 2yz - 2xz - 2xy \\
&= x^2 - 2xy + y^2 - 2xz + 2yz \\
&= (x-y)^2 - 2z(x-y) \\
&= (x-y)(x-y-2z)
\end{aligned}$$

⑬【明治大附明治高89】

$$\begin{aligned}
& 4(x^2 - x - 2) + x^2(x-2) \\
&= 4(x-2)(x+1) + x^2(x-2) \\
&= (x-2)\{4(x+1) + x^2\} \\
&= (x-2)(x^2 + 4x + 4) \\
&= (x-2)(x+2)^2
\end{aligned}$$

⑭【東京工業高89】

$$\begin{aligned}
& (x-y+1)^2 - (x-y) - 3 \\
&\quad x-y = A \text{ とおく} \\
&(\text{与式}) = (A+1)^2 - A - 3 \\
&= A^2 + 2A + 1 - A - 3 \\
&= A^2 + A - 2 \\
&= (A-1)(A+2) \\
&= (x-y-1)(x-y+2)
\end{aligned}$$

⑮【ラサール高89】

$$\begin{aligned}
& abx^2 + ax - 2bx - 2 \\
&= ax(bx+1) - 2(bx+1) \\
&= (bx+1)(ax-2) \\
&\quad \text{【別解(組合せを変えて)】} \\
&(\text{与式}) = abx^2 - 2bx + ax - 2 \\
&= bx(ax-2) + (ax-2) \\
&= (ax-2)(bx+1)
\end{aligned}$$

⑯【白陵高89】

$$\begin{aligned}
& x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 \\
&= x^2(y^2-1) - (y^2-1) \\
&= (y^2-1)(x^2-1) \\
&= (y+1)(y-1)(x+1)(x-1)
\end{aligned}$$

⑰【東京農大第一高89】

$$\begin{aligned}
& a^3 - a^2b - ab^2 + b^3 \\
&= a^2(a-b) - b^2(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 - b^2) \\
&= (a-b)(a+b)(a-b) \\
&= (a+b)(a-b)^2
\end{aligned}$$

⑱【洛南高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 - 6x - 4y^2 + 9 \\
&= x^2 - 6x + 9 - 4y^2 \\
&= (x-3)^2 - (2y)^2 \\
&= (x-3-2y)(x-3+2y)
\end{aligned}$$

⑲【郁文館高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 + 4y^2 - 4xy - 1 \\
&= x^2 - 4xy + 4y^2 - 1 \\
&= (x-2y)^2 - 1 \\
&= (x-2y+1)(x-2y-1)
\end{aligned}$$

Ⅲ. 次の式を因数分解しなさい。

①【和洋女子大附属国府台女子高89】

$$\begin{aligned}
& (x-1)(2x^2-4x+1) - (x-1)(x^2+x-5) \\
&= (x-1)\{(2x^2-4x+1) - (x^2+x-5)\} \\
&= (x-1)(2x^2-4x+1-x^2-x+5) \\
&= (x-1)(x^2-5x+6) \\
&= (x-1)(x-2)(x-3)
\end{aligned}$$

②【慶応義塾志木高89】

$$\begin{aligned}
& (x^2+3x-2)(x^2+3x+4) - 16 \\
&\quad x^2+3x = A \text{ とおく} \\
&(\text{与式}) = (A-2)(A+4) - 16 \\
&= A^2 + 2A - 8 - 16 \\
&= A^2 + 2A - 24 \\
&= (A+6)(A-4) \\
&= (x^2+3x+6)(x^2+3x-4) \\
&= (x^2+3x+6)(x+4)(x-1)
\end{aligned}$$

③【和洋女子大附属国府台女子高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \\
&= (x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right)
\end{aligned}$$

④【中央大杉並高89】

$$\begin{aligned}
& x^2 + 2x + \frac{8}{9} \\
&= \left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{4}{3}\right)
\end{aligned}$$

⑤【法政大第1高89】

$$\begin{aligned}
& 2x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{8}{9} \\
&= 2\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) \\
&= 2\left(x - \frac{2}{3}\right)^2
\end{aligned}$$

⑥【芝浦工大高89】

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 \\
&= \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) \\
&= \frac{1}{3}(x-3)^2
\end{aligned}$$