１次方程式を利用して文章題を解く

＿＿年＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

§.０　方程式を利用するために

(1)　どんな力が必要なのか

ここからは文章題を解く勉強です。小学校の算数の時にも文章題をいろいろと解く勉強をしたことと思います。ここでは，そんな文章題を１次方程式を使って解くということを学びます。

では文章題を解くためにはどんな力が必要でしょうか。そのためには次のようなことがズバリ大切でしょう。

①　文章題の意味が読みとれる。

問題文はモチのロンロン日本語で書いてあります。そこでまず，その文章にはどういうことが書いてあるのか，いったい誰が何をしたらどうなったのか，どっちがどれだけ多いのか，といったことを読みとらなくてはなりません。

②　数量の間の関係を式に表せる。

つまり日本語を数学語になおすということです。等しい関係を等式にしなくてはなりません。中でもここが一番ややこしいのでありますが，いろいろな種類の問題をやさしいものからやっていくうちにわかってくるでしょう。

③　方程式が解ける。

あたりまえだけど，つくった方程式が解けないと答は出せません。方程式を解く練習はしっかりしておいて下さい。

ということで，このテキストでは，いろいろな文章題をおおまかに分類し，そのそれぞれの種類の問題をいくつか集めて練習をしようというものです。文章題では，このようにすれば必ずわかるのだというい方法がなかなかありません。そこでこのテキストでは，まず例題をあげ，それをまねしてみることによって問題の考え方をつかもうというものです。

とにかくどんどん問題に挑戦してみるしかありませんから，がんばってやってみましょう。

(2) まずは例題を一つ

では一つ例題をやってみましょう。

どんな例題かというと，ディオファントスというおじさんの年齢を当てる問題です。

文字の式を使ったり，移項の考えなど，現在のような方程式の解き方の基礎を築いたのは，いまから１７００年ほど前に活躍したギリシアの数学者ディオファントスです。

彼は，立派な数学者として尊敬されているにもかかわらず，いつどこで生まれ，どこでなくなったかなど何もわかっていません。

しかし，彼が何歳まで生きたかは知ることができます。それは，５世紀頃に書かれた「ギリシア詞華集」に次のような詩で書かれているからです。

『この墓の下，ディオファントス眠れり。

見よ，この驚異の人を！

ここに眠る人のわざを介して，墓石はその齢を示せり。

神の許しのままに，彼は生涯の六分の一を少年として過ごせり，

続く生涯の十二分の一は，髭をその頬に蓄えたり，

さらにその七分の一を経て妻をめとり，五つとせののち，一人の息子を得たり。

悲しいかな，その子，人々の愛をうけつつ，父の生の半ばを生き，運命の下にみまかる。

この大いなる悲しみに追わるること四年，父もまたその地上の生を終えたり。』

さて，このディオファントスは何歳まで生きたでしょうか。

といっても，とてもこのままではわかりにくいので，わかりやすく書くと，次のような例題になります。

例題

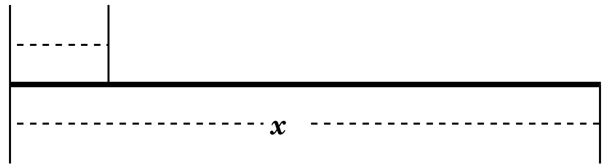
ディオファントスは，一生の $\frac{1}{6}$ を少年として過ごし，その後，一生の $\frac{1}{12}$ の間，ひげをのばした。さらに，一生の $\frac{1}{7}$ たって結婚し，５年後に子供が生まれた。この子どもは父の一生の半分だけ生き，ディオファントスはその４年後にこの世を去った。

さて，ディオファントスは何歳まで生きたのだろうか。

考え方　いま求めようとするものは何ですか。

まず，何を x とするかを考えて決めます。

とにかく問題文の状況を表す図を書いてみましょう。



解答

ディオファントスが x 歳まで生きたとする。

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

両辺に８４をかけて

$$14x+7x+12x+420+42x+336=84x$$

$$14x+7x+12x+42x-84x=-420-336$$

$$-9x=-756$$

$$x=\frac{-756}{-9}$$

$$x=84$$

答．８４歳

文字の説明をまず第１行に書く。

説明には単位をつける。

関係を表す方程式がつくれたら，半分以上できたも同然。

以下途中計算も書いていくこと。

世界の常識！

答は，x ＝８４なんて書かない。聞かれていることを単位をつけて答える。

おまけの問

①ディオファントスの息子は何歳まで生きたのでしょうか？

②ディオファントスにとって，少年時代とは何歳までのこと？

③ディオファントスが結婚したのは何歳の時？

(3) 解き方の基本をまとめるとこうなる。

① 問題をよく読み，その意味をつかむ。
　そして何を x で表すか決める。
② 数量の間の関係を方程式で表す。
③ その方程式を解き，解を求める。
④ 求めた解が問題に適するかどうかを調べ，
　答を決める。

§.1　連続整数問題

問題の種類の解説

連続する整数とは，たとえば

１７，１８，１９

のような整数ですね。

（これは３つの連続する整数）

２５，２６

（これなら連続する２つの整数）

たとえば

８２，８４

（これは連続する２つの偶数）

この種類の問題も，特に難しい公式が出てくるわけでもない。

そして，練習にはぴったりの問題です。

解き方の要点

連続する整数の表現の仕方がみそですね。

３つの連続する整数の例ではそれらの数は１ずつ大きくなっているということを考えて表現します。

①一番小さい整数を x とすれば，３つの整数は

x ，$x+1$ ，$x+2$

となる。

②まんなかの整数を x とすれば，３つの整数は

$x-1$ ，x ，$x+1$

となる。

③一番大きい整数を x とすれば，３つの整数は

$x-2$ ，$x-1$ ，x

となる。

といろいろ考えられます。君の好きなやつでどうぞ。

また連続する２つの整数なら

小さい方の整数を x とすれば，２つの整数は

x，$x+1$

となります。

例題　連続する３つの整数の和が７２であるという。

この３つの整数を求めなさい。

解答　１番小さい整数を x とする。

３つの整数は

x，$x+1$，$x+2$　と表される。

$$x+(x+1)+(x+2)=72$$

$$x+x+1+x+2=72$$

$$x+x+x=72-1-2$$

$$3x=69$$

$$x=\frac{69}{3}$$

$$x=23$$

そこで，残りの２つは

$23+1=24$

$23+2=25$

答．２３，２４，２５

別解　真ん中の整数を x とする。

３つの整数は，

$x-1$，x，$x+1$　と表せる。

$$(x-1)+x+(x-1)=72$$

（解き方省略）

$$x=24$$

そこで，残りの２つは

$24-1=23$

$24+1=25$

答．２３，２４，２５

別解　１番大きい整数を x とする。

３つの整数は，$x-2$，$x-1$，x と表せる。

$$(x-2)+(x-1)+x=72$$

（解き方省略）

$$x=25$$

そこで，残りの２つは

$25-2=23$

$25-1=24$

答．２３，２４，２５

★★★練習問題★★★★★★★★★★★★★★

①　連続した３つの整数があって，その和は２５８
　である。３つの整数はそれぞれいくつか。

①ヒント編
　この問題の解答の出だしはこう書けばいいのだ。
　「一番小さい整数を x とする。
　　３つの整数は　x，$x+1$，$x+2$
　　と表される。」

②　連続した３つの整数があって，その和は２１６
　である。３つの整数の中で，一番小さい数はいく
　つか。

③　連続する３つの整数の和が２５２であるという。
　この３つの整数を求めなさい。

④　連続している３つの偶数の和は７２であるとい
　う。この３つの偶数を求めなさい。

解き方の要点　連続している偶数は２ずつ大きく
　なっていることに着目する。
④のヒント編　ということはこの問題の解答の
　出だしはこう書けばいいのだ。
　「一番小さい偶数を x とする。
　　３つの偶数は　x，$x+2$，$x+4$
　　と表される。」

⑤　３つの連続する偶数の和が２３４になるとき，
　１番小さい偶数を求めなさい。

⑥　連続する３つの整数で，一番大きい数の９倍と，
　一番小さい数の４倍との和が，まん中の数の
　１４倍になる。この３つの整数を求めなさい。

⑥ヒント編
　こんなややこしい表現の問題では，ことばの式を
　書いて考えてみるのが一番だ。こんな風に
　（大）×９＋（小）×４＝（中）×１４
　そして，これに x をあてはめてみよう。
　ということで，この問題の解答の出だしはこう書
　けばいいのだ。
　「一番小さい整数を x とする。
　　３つの整数は　x，$x+1$，$x+2$
　　と表される。
　したがって次のような方程式がつくれる
　　$(x+2)\times 9+x\times 4=(x+1)\times 14$」

⑦（栃木92）連続している２つの整数の和が４５
　になるとき，この２つの数を求めなさい。

問題の種類の解説
　年齢問題なんて言ってるけど，要するにみんなで年をとる問題。

解き方の要点
　年をとるのは何もオジン，オバンだけではありません。あなたも，私も，パパもママも，中学生も１年たてば１才，年をとります。それだけのこと。
　x 年後には，
　１２才の君は　　　　（１２＋x）才，
　１３才の君は　　　　（１３＋x）才，
　６２才のじいちゃんは（６２＋x）才
ということ。みんな同じように x 才プラスされますね。
　この考えがわかれば，年齢問題は簡単だよ。

例題　今年，父の年齢は２７才，娘の絵美ちゃんは３才，裕美ちゃんは１才である。
　父の年齢が，子どもたちの年齢の和になるのは何年後か。

　この手の問題では文字の説明は長くなる。
　その説明文の書き方は「何」の部分を「x」に変えるとよい。
　たとえばこの問題では「父の年齢が，子どもたちの年齢の和になるのは何年後か。」の部分の「何」を「x」に変えるとよい。

解答　父の年齢が子どもたちの年齢の和になるのは x 年後であるとする。
↑　x の説明は長いぞ。

$$27+x=(3+x)+(1+x)$$

↑みんな歳が x 才ずつ増える。

$$27+x=3+x+1+x$$
$$x-x-x=3+1-27$$
$$-x=-23$$
$$x=\frac{-23}{-1}$$
$$x=23$$

答．２３年後

例題　母は現在２９才，子どもは５歳である。
　母の年齢は何年後に子どもの年齢の３倍になるか。

解答　母の年齢が子どもの年齢の５倍になるのは x 年後であるとする。

$$29+x=3(5+x)$$
$$29+x=15+3x$$
$$x-3x=15-29$$
$$-2x=-14$$
$$x=\frac{-14}{-2}$$
$$x=7$$

答．７年後

★★★★★★練習問題★★★★★★★★★
①　父は現在４２才，子どもは１３才である。
　父の年齢は，何年後に子どもの年齢の２倍になるか。
②　現在，父は４１才，子どもは９才である。
　父の年齢は，何年後に子どもの年齢の３倍になるか。
③　今自分は１２才，兄は１５才である。
　兄の年齢が，自分の年齢の２倍だったのは何年前か。
③のヒント編　　今度は「何年前か」という問だから「兄の年齢が，自分の年齢の２倍だったのは x 年前とする。」となるね。
　そして，式としてはひき算をすることになる。
　つまり
(x 年前の兄の年齢)＝(x 年前の自分の年齢)×２
　という関係式だ。
　ということで，できあがる式は

$$15-x=(12-x)\times 2$$

　だね。（おおっ，答書いてしまったぞ）
④　母は現在４０才，子どもは１３才である。母の年齢は，何年後に子どもの年齢の２倍になるか。
⑤　現在，祖父は８４才，孫は１２才である。祖父の年齢は，何年前に孫の年齢の１０倍だったか。
⑥　現在，父の年齢 は子の年齢の５倍であるが，１８年後には２倍になるという。子の現在の年齢を求めなさい。
⑥のヒント編　　今度は現在の年齢が表現されていない。そこで，「子どもの現在の年齢を x 才とする」となる。
　そうすると，父の現在の年齢はどう表されるでしょう？
　そして次にこのそれぞれの年齢に１８をたすということになるね。

問題の種類の解説
　これは大変に数学的な問題なのであります。
　ある方程式の解がわかっている。ところが方程式の中の別の部分の数字がわからないけど，何なのか求めなさいという問題です。

解き方の要点
　方程式の解とは，その等式に代入したときに成り立つ値でした。
注．代入についての復習
　「代入」とは文字をある数で置き換えることですよ。つまり代入すればその文字が数字に置き換わり，計算ができてしまうということです。
　だからある x についての方程式の解が－２であるというのなら，x ＝－２をその方程式に代入したら成り立つということです。
　そこで，この手の問題では，その解というのを代入してしまいます。そうすれば，そこでまた新たな，x 以外の文字についての方程式ができあがるというわけ。そしてそれを解くということになります。

例題　x についての方程式
$$8-10x=a-3x$$
　の解が　－２　である。
　このとき，ａの値を求めなさい。

解答　x に－２を代入して，
$$8-10\times(-2)=a-3\times(-2)$$
$$8+20=a+6$$
$$-a=6-8-20$$
$$-a=-22$$
$$a=\frac{-22}{-1}$$
$$a=22$$
答　ａ＝２２

解説　とまあこんな具合に，元の方程式に解の値を代入すればよい。（この例題の場合には解である x に－２を代入しているね）
　すると，今求めようとしている文字（この場合はａ）についての方程式になるのだ。
　そして，ａの値を求めればよいのだ。
　ということで，この手の問題では正しく，まちがいなく代入することが必要だってことだね。

注．この手の問題では文字についての説明を書かなくてもよい。つまり　「～～を x とする」というような文章はいらないということだ。なぜなら問題文の中にはじめから文字が登場しているからなのだ。

注．模範解答１行目の「x に－２を代入して，」
　という文章も省略してよい。

★★★★★★練習問題★★★★★★★★★★
①（就実高校90）
$$2x-3a=-7$$
　の解が　x ＝４　となるとき定数ａの値を求めなさい。

①の補足編
　この文章題では定数という用語が使われています。定数というのはある決まった値です。
　文字の使い方としてはこの定数という使い方のように，決まった値を表すことがあります。
　また，これまでの方程式でよく使われてきたわからない数を表す「x」という使い方は未知数（みちすう）といわれています。
　この問題ではそもそもその定数の値を求めなさいということで，定数が未知数に変身してるってことだね。

②　x についての方程式
$$2x+a=x-a$$
　の解が１のとき，ａの値を求めなさい。

③　x についての方程式
$$3(x-4)-2a=5$$
　の解が－３のとき，ａの値を求めなさい。

④（愛知89）　x についての方程式
$$3(a-4x)+2(2a-x)=0$$
　の解が２のとき，定数ａの値を求めなさい。

⑤（広島90）　x についての方程式
$$2x-(ax+7)=5$$
　の解が４であるとき，ａの値を求めなさい。

⑥（広島91）　x についての方程式
$$\frac{x+a}{2}=1+\frac{a-x}{3}$$
　の解が２であるとき，ａの値を求めなさい。

<u>問題の種類の解説</u>
　過不足とは，過剰と不足，つまり，「いっぱいありすぎ」と「たりない」の２つってこと。
　問題文を読むとすぐわかりますね。
　ちょっと少な目に分けてしまうといくつか余り，それでというのでちょっとよけい目に分けようとしてたりなくなる。
（初めっからきちんと分けろ，なんて文句は言わない言わない）
　だけどこんな問題こそ方程式のありがたみがわかるね。

<u>解き方の要点</u>
①分けようとするもの（りんごや，キャンディーや，画用紙なんか）の個数を x 個とするよりも，人数を x 人としたほうがよい。
　その方が式がつくりやすくなるのです。（例題には別解があるので比べてみよう）
②とにかく線分図をかきなさい。
　そして，線分図をかいてみると，分けるものが２通りの方法で表せることがわかるのだ。
　それが方程式になる。
（この数直線をかくためには，人数を x 人としないとかけないのだ）

例題　ミルキーキャンディーを子どもたちに分けるのに，１人に４個ずつ配ったら１２個余った。
　そこで，１人に６個ずつ配ることにしたら８個たりなくなった。
　子どもは何人いるのか。

<u>考え方</u>　子どもが x 人いるとすると

とこんな線分図がかけるのだ。

解答　子どもが x 人いるとする。

$$x \times 4 + 12 = x \times 6 - 8$$

　　両辺ともにミルキーキャンディーの個数を表している。
　左辺は上の線分図の関係
　右辺は下の線分図の関係だね。

$$4x + 12 = 6x - 8$$
$$4x - 6x = -8 - 12$$
$$-2x = -20$$
$$x = \frac{-20}{-2}$$
$$x = 10$$

<u>答．１０人</u>

<u>おまけ</u>　この結果より，配ったもの（例題ではミルキーキャンディー）の個数を求めることができる。
★（上の線分図の関係を使って）
　１０人に４個ずつ配って１２個余ったのだから，

$$10 \times 4 + 12 = 52$$

　５２個です。
★（下の線分図の関係を使って）
　１０人に６個ずつ配って８個たりないと考えると，

$$10 \times 6 - 8 = 52$$

　５２個です。
　あたりまえだけど，同じ答の５２個。

こんな解答もあるぞ。
　子どもの人数を x 人とするのじゃなくて，ミルキーキャンディーの個数を x 個とする解き方もできます。
　この考えはミルキーキャンディーの個数 x を用いて子どもの人数を表すという考えです。
　つまり，余りが１２個という場合には，x 個から１２個をひくと子どもたちにちょうど４個ずつ配れるということです。
　だから子どもの人数を求めるためには，x から１２をひいて４で割るとよい。
　また，８個不足するという場合には，x 個にあと８個たすと子どもたちにちょうど６個ずつ配れるということです。
　だから子どもの人数を求めるためには，x に８をたして６で割るとよい。
　このことより，子どもの人数を表す式を作ります。
　しかしこの考えで式をつくるのはちょっとややこ

しい。これが解き方の要点①で書いた「人数を x 人とした方がよい」ということなのだ。

だけどこの方法で解いてみたのが次の解答。

解答　ミルキーキャンディが x 個あるとする。

$$\frac{x-12}{4}=\frac{x+8}{6}$$

$$\frac{x-12}{4}\times 12=\frac{x+8}{6}\times 12$$

$$(x-12)\times 3=(x+8)\times 2$$

$$3(x-12)=2(x+8)$$

$$3x-36=2x+16$$

$$3x-2x=16+36$$

$$x=52$$

そこで人数は

$$\frac{52-12}{4}=\frac{40}{4}=10$$

答．１０人

この解答は直接求めている子どもの人数を式の両辺で表しています。

しかし，作られた式は少し複雑です。また，この考えで線分図をかくことはちょっと難しいということです。問題の意味から直接式をつくらなくてはなりません。はじめの解答のような数直線を書いてもいいけど，x を線分の長さとして表すことができません。

★★★★★★練習問題★★★★★★★★★★

①　子どもに鉛筆を分けるのに，１人に４本ずつ分けると８本余り，１人に５本ずつ分けると２本たりない。子どもは何人いるのか。
また，鉛筆は何本あったのかを求めなさい。

①　何人かの子どもにりんごを分けるのに，１人に８個ずつ分けようとしたら４個不足するので，７個ずつ分けたら４個余った。
子どもは何人いるか。
また，りんごは何個あったのかを求めなさい。

③　何人かの子どもが集まったので，１人に５個ずつお菓子を配ろうとしたら，１０個たりなかった。
そこで，１人に４個ずつ配ったら，お菓子が２個余った。
子どもの人数を求めなさい。

②　子どもが何人か集まっている。みかんを１人に４個ずつ配ろうとしたら４個たりない。
そこで１人に３個ずつ配ったら２個余った。
子どもは何人集まっているのか。
また，みかんははじめに何個あったのか。

⑤　折り紙を何人かの子どもに分けるのに，１人に５枚ずつ分けると９枚たりない。
また，１人に４枚ずつ分けると１５枚余る。
子どもの人数と折り紙の枚数を求めなさい。

⑥（長崎90）箱の中にみかんが入っている。
そのすべてのみかんを何人かの子どもに分けるのに，１人に４個ずつ分けると１１個余り，６個ずつ分けると１５個不足する。
子どもの人数と，箱の中のみかんの個数を求めなさい。

③（埼玉91）何人かの生徒にノートを配るのに，
１人に４冊ずつ配るとすれば９冊余り，
１人に６冊ずつ配るとすれば１３冊不足する。
このとき，生徒の人数を求めなさい。

発展問題　少し変形すると，次のような問題がつくれます。

①　生徒集会で，長いす１脚に４人ずつかけると，１５人がかけられなかった。
そこで，５人ずつかけさせたら，長いすがちょうど１３脚余った。
長いすは何脚あったのか。
また，生徒は何人いたのか。

解き方の要点　長いすが x 脚あるとします。１脚に４人ずつかけると，かけられる人数は全部で何人でしょうか。その時に１５人余ったのだから……

１脚に５人ずつかけたときに１３脚余ったということは，使ったいすは何脚かな？そのいすに５人ずつかけると，全員が座れたということは…

②　講堂に長いすがある。生徒を全員集めて，いす１脚に３人ずつかけることにしたら，生徒５０人がかけることができなかった。
そこで，１脚に４人ずつかけたら，いすがちょうど５０脚余った。
いすは全部で何脚あったか。
また，生徒は何人いるのか。

③（九州学院91）　講堂に生徒を入れるのに，
１つの長いすに６人ずつかけさせると３０人がかけられなかった。
７人ずつかけたら，ちょうど６脚余った。
生徒数を求めなさい。

§.5　算数的問題

問題の種類の解説　この種類の問題は，特に難しい公式が出てくるわけでもない。小学校流に算数で解いて解けないこともない。つまり，x を使わないで，たし算，ひき算，かけ算，わり算だけで解くこともできないわけじゃない。でも，文章題を方程式を利用して解くには絶好の入門編です。文字を使う練習をしましょう。

§.5－1　還元算

問題の種類の解説
　ある数に四則（加減乗除）を行って，その結果を与えて，もとの数を求める問題を還元算と呼んでいます。
　このような計算の名前は今から５０～６０年前の算数（算術）の時の呼び方です。
　そして，方程式を使うのではなくて，算数の計算のみで解いたのでした。
　以下，このような呼び方のあるものはときどきそれを紹介していきます。

解き方の要点
①問題をよく読んで素直に式にすればよろしい。
②ただし，自分で意味がわかっていても，式の表現のまずい場合がよくあるので気を付けよう。
　たとえば「x に３を加えて４倍する。」というのを「$x+3\times 4$」と表現してはだめだね。

例題　ある数を３倍して５をたしたら，もとの数より１大きくなった。
　ある数はいくつか。

解答
　ある数を x とする。

$$x\times 3+5=x+1$$
$$3x+5=x+1$$
$$3x-x=1-5$$
$$2x=-4$$
$$x=\frac{-4}{2}$$
$$x=-2$$

答.　－２

再び注
　文字の説明をまず第１行に書く。
　説明には単位をつける。(この場合はなし)
　この関係を表す方程式がつくれたら，半分以上できたも同然。
　以下途中計算も書いていくこと。
　世界の常識
　答は，$x=-2$ なんて書かない。聞かれていることを単位をつけて答える。

★★★練習問題★★★★★★★★★★★★★★

①　ある数から９をひくと－５になった。
　ある数はいくつか。

②　ある数の３倍から８をひくと４になる。
　ある数はいくつか。

③　ある数を４倍してから１２をたすと，４になった。
　ある数はいくつか。

④　ある数に１２をたして，４倍すると４０になった。
　ある数はいくつか。

③と④の考え方
「何倍かしてからたす」「何倍かしてから引く」というのと
「たしてから何倍かする」「引いてから何倍かする」
というのでは式の表現が違います。
　たとえば「３を５倍して６をたす」は
$$3\times 5+6 \quad =15+6 \quad =21$$
「３に６をたしてから５倍する」は
$$(3+6)\times 5 \quad =9\times 5 \quad =45$$
となります。
　つまり，「たしてから」，「引いてから」というのであればかっこがいるということです。

⑤　ある数から７をひいて３倍したら，もとの数より５小さくなった。ある数はいくつか。

⑥　ある数の５倍から４をひいた数は，もとの数の３倍に８を加えた数に等しい。
　ある数はいくつか。

§.５－２　買物算

問題の種類の解説

　買物算とはその名の通り，お買い物をしたときの関係からものの値段とか，買ったものの個数とかを求めるものです。

　こんなのってわざわざ x なんか使って方程式をつくらなくても解けるけど，練習だね。

　方程式をつくることのよさは，関係式さえつくればあとは機械的に計算をして x を求めたらいいということにあります。

　そのよさにはなかなか気がつきにくいけど，算数で解くのではなく，方程式を使っても解けるのか，ってくらいの気持ちでやってみましょう。

例題　１個４０円のみかんを何個か買って５００円出したら，１８０円のおつりがあった。みかんは何個買ったか。

（品物代）＋（おつり）＝（全体の代金）

x 使わなくても算数で解けるけど，方程式をつくってみましょう。

解答　みかんを x 個買ったとする。

$$40 \times x + 180 = 500$$
$$40x + 180 = 500$$
$$40x = 500 - 180$$
$$40x = 320$$
$$x = \frac{320}{40}$$
$$x = 8$$

答．　８個

　算数の考えで，５００円出して，１８０円のおつりだから代金は

　　５００－１８０＝３２０（円）

　これで４個買ったのだから

　　３２０÷４０＝８

　で８個なんてことはいくらでも考えられます。

　これをひとまとめにして，x 使って

　　x ＝（５００－１８０）÷４０

　なんて式をつくれるけど，そうじゃなくて上のように数直線に書けるような関係式をつくりましょう。

　つまり，これからもっともっと複雑な関係を考えるときの練習だと思ってください。

★★★練習問題★★★★★★★★★★★★★★

①　くだもの屋へ行き，りんごをつめあわせたかごを９４０円で買った。かご代は１００円で，りんごは１２個はいっていた。

　りんご１個の値段はいくらか。

②　ノートを３冊買って２００円出したら２０円のおつりがあった。

　このノート１冊の値段はいくらか。

§.５－３　鶴亀算

問題の種類の解説

昔から小学生を悩ませてきた問題に鶴亀算（つるかめざん）というのがあります。

どんな問題かというと

「鶴と亀の数の合計がわかっている」

「鶴と亀の足の合計もわかっている」

では，鶴と亀とはそれぞれ何羽（匹）ずついるか？という問題です。

これを方程式を使わないで解くわけですが，それが大変。でも方程式を使うと何と楽なことか。

例題　鶴と亀がいる。頭の数を数えると，全部で１４だった。次に足の数を数えると，全部で３４だった。

鶴と亀はそれぞれどれだけいるのか。

解答　鶴が x 羽いるとする。

亀は（１４－x）匹いることになる。

$x\times 2+(14-x)\times 4=34$

$2x+4(14-x)=34$

$2x+56-4x=34$

$2x-4x=34-56$

$-2x=-22$

$x=\dfrac{-22}{-2}$

$x=11$

$14-11=3$

答．　鶴１１羽，亀３匹

別解　亀が x 匹いるとする。

鶴は（１４－x）羽いることになる。

$x\times 4+(14-x)\times 2=34$

$4x+2(14-x)=34$

$4x+28-2x=34$

$4x-2x=34-28$

$2x=6$

$x=\dfrac{6}{2}$

$x=3$

$14-3=11$

答．　鶴１１羽，亀３匹

この鶴と亀をいろいろと変えることができます。

たとえば次のように，４１円切手と６２円切手とか……

★★★練習問題★★★★★★★★★★★★★

①　４１円切手と６２円切手を合わせて１０枚買って５３６円はらった。４１円切手は何枚買ったか。

考え方　４１円切手を x 枚買ったとすると，６２円切手は何枚買ったといえばいいでしょうか。x を使った式をつくります。あわせて１０枚だから……。

②　１００円玉と５００円玉と合わせて４０枚で，６０００円ある。それぞれの枚数を求めなさい。

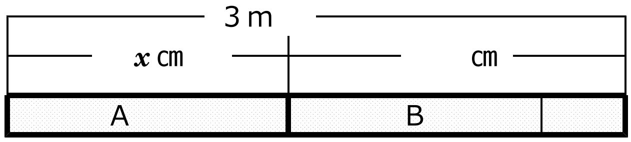
§.５－４　いろいろな問題

例題　３mの長さのひもを２つに切り，短い方をＡ，長い方をＢとする。

このとき，長い方Ｂは短い方Ａより８㎝長くなった。Ａの長さは何㎝か。

考え方　とにかく問題文の状況を表す図を書いてみましょう。

ＡとＢとはどちらが長いですか？



Ａの長さを x ㎝とすると，Ｂの長さは？

（Ａの長さ）＋（Ｂの長さ）は何㎝ですか？

解答

Ａのひもの長さを x ㎝とする。　← 文字の説明をまず第１行に書く。説明には単位をつける。

$x+(x+8)=300$　← この関係を表す方程式がつくれたら，半分以上できたも同然。

$x+x+8=300$　以下途中計算も書いていくこと。世界の常識！

$x+x=300-8$

$2x=292$

$x=\dfrac{292}{2}$

$x=146$　聞いていることを単位をつけて答える。

答．　１４６㎝

再びの注

確かめ　Ｂのひもの長さは

１４６＋８＝１５４

２つたすと　１４６＋１５４＝３００

この問題は，Ｂのひもの長さを x ㎝としても解くことができますね。でも，Ａの長さをきいているから，Ａの長さを x ㎝とする方がよいですね。

また，単位はmで考えることもできます。でもそうすると，単位の換算がややこしいし，分数をふくむ方程式になります。求めるものが㎝だから，x ㎝として解いた方がいいですね。

とはいえあなたが考えた方法でいくらでも解くことができるわけだから，いろいろとやってみましょう。

では，いろいろな解答

解答　Ｂのひもの長さを x ㎝とする。

$$(x-8)+x=300$$
$$x-8+x=300$$
$$x+x=300+8$$
$$2x=308$$
$$x=\frac{308}{2}$$
$$x=154$$
$$154-8=146$$

答.　１４６㎝

解答　Ａのひもの長さを x ｍとする。

$$x+(x+0.08)=3$$
$$x+x+0.08=3$$

両辺１００倍して

$$100x+100x+8=300$$
$$200x=292$$
$$x=\frac{292}{200}$$
$$x=1.46$$

答.　１４６㎝

★★★練習問題★★★★★★★★★★★★★

①　４ｍのひもを２つに切り，一方を他方より２４㎝長くしたい。短い方のひもの長さは何㎝にすればよいか。

②　１４００円を兄弟２人で分けるのに，兄の分は弟の分の２倍よりも４００円少なくなるようにしたい。弟のわけまえはいくらか。

③（埼玉92）兄は６３個のおはじきを，妹は１８個のおはじきを持っている。いま兄から妹へいくつかのおはじきを渡して，兄の持つおはじきの数が妹の持つおはじきの数のちょうど２倍になるようにする。兄は妹へいくつのおはじきを渡せばよいかを求めなさい。

④　高さ１８㎝，面積４５㎠ の三角形の底辺の長さを求めなさい。

⑤　ある学級の生徒数は３３人である。この学級の男子の生徒数は，女子の生徒数の１.２倍であるという。この学級の女子の生徒数を求めなさい。

★★★練習問題（入試問題の中から）©¨★★★

①（兵庫89）

ある学級の男子生徒数は２３人で，女生徒はこの学級全体の $\frac{1}{3}$ より５人多い。

この学級の女生徒の人数を求めなさい。

②（徳島89）

ある数 x から４をひいた差の７倍が，x の５倍と２との和に等しいとき，x を求めなさい。

③（東京成徳短期大学附属高校89）

数学のテストで，Ａ，Ｂ，Ｃの３人の平均点は６０点だった。

Ａは５６点，Ｂは４８点をとった。

Ｃの得点は何点か。

④（奈良92）

水筒の水を最初に兄が８０ｄＬ飲み，次に弟が残りの $\frac{1}{4}$ を飲んだので，水の量はもとの $\frac{2}{3}$ になった。

この水筒には，何ｄＬの水が入っていたか。

__問題の種類の解説__

速さに関係した問題です。

なぜかどこかで速さを変えちゃうというのがこの手の問題の特徴。

山に登れば上りと下りで速さがちがいます。つまり，上りと下りで早さを変えているということです。

また，どこかに出かけて，行きと帰りの速さがちがうということがあります。

そこで，このように行き（往路）と帰り（復路）の速さがちがっている問題を往復算ともいいます。

そのほかにも，一本の道を行くときでも，途中まで走って，途中から歩いたということもあります。

このように，行きと帰りではなく，途中で速さが変わるという場合もあり，これも式をつくる上での発想は同じですね。

__解き方の要点__

①速さの公式（ゴキブリの法則，速さゴキブリのみっちゃん）を思いだそう。
②時間の関係をつくればたいてい解けるのだ。
　ただし，この時に，それぞれの区間でゴキブリが登場する。つまり，ゴキブリの法則を何回か使うことになる。
③単位をそろえることに注意する。
④方程式は，たいてい分数になるので，分母をはらうということになる。（つまり，分母の最小公倍数を両辺のすべての項にかけるということだね。）

例題　友だちの家に遊びに来ていた雅人君は，自分の家に忘れ物をしていることに気がついた。そこで，友だちの家から自分の家へ忘れものを取りに帰ることになった。

行きは力いっぱいで，１２㎞／時で走ったが，帰りは疲れて，６㎞／時で歩いたら，往復でちょうど１時間もかかってしまった。

友だちの家から自分の家までの道のりを求めなさい。

__考え方__　友だちの家から自分の家までの道のりを x ㎞とします。そして，この場合には，

友だちの家から自分の家
（つまり１２㎞／時の部分）　と，

自分の家から友だちの家
（つまり６㎞／時）　　　の部分，

そして，往復についてと，３匹のゴキブリが登場する。問題文の中に登場する数量で，表をつくってみるとよいのだ。

	友達～自分の家	自分～友達の家	往復
み(道のり)（㎞）	x	x	
は(速さ)（㎞/時）	１２	６	
じ(時間)　(時間)			１

解答　友達の家から自分の家までの距離は x ㎞であるとする。

$$\frac{x}{12}+\frac{x}{6}=1$$

合計すると１時間である。

帰りにかかった時間である。

行きにかかった時間である。

$$\frac{x}{12}\times 12+\frac{x}{6}\times 12=1\times 12$$

$$x+2x=12$$

$$3x=12$$

$$x=\frac{12}{3}$$

$$x=4$$

__答.　４㎞__

注．「通分する」ことと「分母をはらう」こととは大違いである。

方程式では「分母をはらう」ことができる。

なお，分数は仮分数にしてから分母をはらうこと。

注．単位をそろえることが大切である。
　例えば　速さが　「㎞／時」　であれば，
　　　　　道のりは「㎞」時間は「時間」とする。
　例えば　速さが　「m／分」　であれば，
　　　　　道のりは「m」時間は「分」とする。

おまけ　時間の単位のそろえ方

分　→→→　時間
６０　→　１
$\times\frac{1}{60}$

１８　→　　１８×$\frac{1}{60}$

つまり　１８分＝$\frac{18}{60}$時間　約分して$\frac{3}{10}$時間

１５　→　　１５×$\frac{1}{60}$

つまり　１５分＝$\frac{15}{60}$時間　約分して$\frac{1}{4}$時間

１時間３０分→１$\frac{30}{60}$時間→１$\frac{1}{2}$時間→$\frac{3}{2}$時間

２時間２４分→２$\frac{24}{60}$時間→２$\frac{2}{5}$時間→$\frac{12}{5}$時間

★★★★★★練習問題★★★★★★★★★★

① 織田 真理 ちゃんがある道を往復するのに，行きは １０km／時 の速さで，帰りは １５km／時 の速さで走ったら，往復で３時間かかった。
この道の距離を求めなさい。

② 芳賀 唯 ちゃんがある道を往復するのに，行きは ５km／時 の速さで，帰りは ４km／時 の速さで歩いたら，往復で４時間３０分かかった。
この道の距離を求めなさい。

③ 沢 ルナちゃんがある道を往復するのに，行きは ４km／時 の速さで，帰りは ５km／時 の速さで歩いたら，往復で２時間４２分かかった。
この道の距離を求めなさい。

<u>④⑤のヒント編</u>

①～③では行きも帰りも同じ道を歩いている。したがって，①～③は例題のようにして解けばよい。しかし，④⑤では上り下りで道のりが違っている。そこで，例えば④では上りの道のりを x kmとして，下りの道のりを x を使って表すということになる。

上りを x kmとすれば，下りは６km長いのだから，その道のりは（$x+6$）kmと表されるということである。つまり例題に比べて，分子が一部違っているということですね。

④ 大場 佳代 ちゃんがある山に登るのに，上りは ２km／時 の速さで，下りは上りよりも６km長い別の道を ５km／時 の速さで歩いたところ，上り，下り全体で４時間かかった。
上りの道は何kmあるか。
また，歩いた道のりは全体で何kmか。

⑤ 沢 リナちゃんが医王山に登るのに，上りは ３km／時 の速さで，下りは上りよりも６km長い別の道を，５km／時 の速さで歩いたところ，上り，下り全体で ６時間かかった。
上りの道は何kmあるか。
また，歩いた道のりは全体で何kmか。

⑥ 森永千代子ちゃんが，自宅から１２km離れた金石まで行くのに，はじめは自転車に乗り１５km／時で進んだが，途中Ａ地点で自転車が故障したので，それからは ４km／時 で歩き，全体で１時間１０分かかった。
自宅からＡ地点までの距離を求めなさい。
また，自転車に乗っていた時間，歩いていた時間をそれぞれ求めなさい。

⑦ 安藤 奈津ちゃん が 金沢駅 から 森本 まで，１５km／時 の自転車で行くと，４km／時 で歩いて行くよりも，１時間５０分早く着くという。
金沢駅，森本間の距離は何kmか。

⑧ 江崎 久里子 ちゃんが家から４km離れた学校へ行くのに，はじめ ７０ｍ／分 の速さで歩いていた。しかし，遅刻しそうになったので，途中のＡ地点から９０ｍ／分の速さで歩いたところ，家から５０分で学校についた。
家からＡ地点までの距離は何kmあるか。

⑨ 森永 小枝 ちゃんが家を出て学校へ行くのに，毎分７０ｍの速さで歩いたら５分遅刻したので，翌日は同じ時刻に家を出て，毎分１００ｍの速さで歩いたら，７分前についた。
学校から家までの距離を求めなさい。

★★★★★★入試問題特集★★★★★★★

⑩（石川91）花子は登校するときに，弟を幼稚園へ送りとどけている。
弟と一緒に７時４５分に家を出て，学校の前を通り過ぎ，幼稚園に着くとすぐに折り返し，８時１２分に学校に到着する。
家から学校までの道のりは，１kmで，また弟と一緒のときは毎時３km，ひとりのときは毎時４kmの速さで歩く。
幼稚園から学校までの道のりを方程式を立てて求めなさい。

⑪（高知92）Ｓ君の家から公園までの道のりは１３kmである。Ｓ君がその道のりを，はじめは自転車で毎時１８kmの速さで行き，途中から毎時４kmの速さで歩いたところ，家から公園まで１時間３０分かかった。
この時，Ｓ君が自転車に乗っていたのは何分間ですか。

⑫（和歌山89）東西にのびている１本の通学路にそって，西から順に文男の家，正一の家，学校がある。文男の家と正一の家は，１３００ｍはなれている。文男が学校に向かって自宅を出発してから１０分後に，正一は学校に向かって自宅を出発した。正一が学校に着いたとき，文男は学校の手前４０ｍの地点にきていた。
文男の歩く速さを毎分８０ｍ，正一の歩く速さを毎分６０ｍとすると，正一の家から学校までの距離は何ｍか。ただし歩く速さは一定とする。

問題の種類の解説

　速さに関係した問題ですが，とってもややこしい。まず誰かが出発する。
　そして，その後しばらくして，はじめに出発した人よりも速いスピードで誰かがはじめの人を追いかける。
　つまり，追いかけた者は，はじめに出発した者に追いつくのであるが，いったいいつ追いつくのかを問う。
　それがこの手の問題の特徴。

解き方の要点

　同じところから出発し，同じ道で追いかけるのであるから，この問題の要点はズバリ，

追いつく地点までに移動した距離は
２人とも等しい

　ということである。
　後から追いかけた人の追いつくまでの時間を x 分（時間，秒）とすると式はつくりやすいね。
　そして
　（初めに出発した人の移動した道のり）
　　＝（後から追いかけた人の移動した道のり）
という関係式をつくる。

例題　妹のリナちゃんが学校に向かって家を出てから４分後に，姉のルナちゃんは家を出て妹を追いかけた。
　妹は毎分５０ｍの速さで，姉は毎分７０ｍの速さで歩くとすると，姉は家を出てから何分後に妹に追いつくか。

考え方

　この問題ではゴキブリが２匹登場します。つまり，妹に関するゴキブリと姉に関するゴキブリです。
　姉が妹に追いつくまでにかかった時間を x 分とします。
　とにかく家から，追いついた地点までに２人の歩いた道のりは同じということです。

（妹が家から追いつかれるまでに歩いた道のり）
＝（妹が４分で歩いた道のり）
　　　　＋（妹が x 分で歩いた道のり）
（姉が家から追いつくまでに歩いた道のり）
＝（姉が x 分で歩いた道のり）

問題文の中に登場する数量で，表をうめてみると

	妹について	姉について
み（道のり）		
は（速さ）	５０	７０
じ（時間）	$4+x$	x

解答　姉が妹に追いつくまでに x 分かかったとする。

$$50(4+x)=70x$$
$$200+50x=70x$$
$$50x-70x=-200$$
$$-20x=-200$$
$$x=10$$

答．　１０分

おまけ　この結果をもとにして，追いつくまでにかかった距離を求めることができます。
　姉の立場からは　１０分間歩いたのだから
$$70\times10=700$$
　妹の立場からは　姉は１０分歩いているが，姉の出発する４分前に出発している，つまり１４分間歩いている
$$50\times(10+4)=700$$
　どっちで考えても７００ｍ
　さらにこの問題で，聞きたいことを変えて，妹が家を出てから何分後かという問い方に変えることもできます。

例題　妹のリナちゃんが学校に向かって家を出てから４分後に，姉のルナちゃんは家を出て妹を追いかけた。
　妹は毎分５０ｍの速さで，姉は毎分７０ｍの速さで歩くとすると，妹が家を出てから何分後に姉に追いつかれるか。

解答　妹が家を出てから y 分後に姉に追いつかれたとする。

$$50y=70(y-4)$$
$$50y=70y-280$$
$$50y-70y=-280$$
$$-20y=-280$$
$$y=14$$

答．　１４分

<u>おまけ</u>　この結果から，姉が歩いた時間は
１４－４　で１０分間。はじめの問いと同じ答ですね。

さらに，この結果をもとにして，追いつくまでにかかった距離を求めることができます。

妹の立場からは　５０×１４＝７００
姉の立場からは　７０×（１４－４）＝７００
どっちで考えても７００ｍ

ちなみに，はじめの姉中心の解き方
５０（４＋x）＝７０x
別解の妹中心の解き方
５０y＝７０（y－４）
でも，
妹の歩いた時間＞姉の歩いた時間
（４＋x）　＞　x
y　＞　（y－４）

という関係になっている。

★★★★★★練習問題★★★★★★★★★★

① 妹のリナちゃんが学校に向かって家を出てから６分後に，妹の忘れものに気づいた姉，ルナちゃんは家を出て自転車で妹を追いかけた。
妹は５０ｍ／分，姉は２００ｍ／分の速さとすると，姉は家を出てから何分後に妹に追いつくか。

② 汽船が港を出てから１５分後に，真理ちゃんはモーターボートで汽船を追いかけた。汽船の速さを　２００ｍ／分　，真理ちゃんのモーターボートの速さを５００ｍ／分とすると，真理ちゃんは何分後に汽船に追いつくか。

③ Ａ子さんが　７５ｍ／分　の速さで出発してから　２０　分後に，Ｂ子さんは　自転車　に　乗って　１５０ｍ／分の速さでＡ子さんを追いかけた。
Ｂ子さんがＡ子さんに追いつかれるは，Ｂ子さんが出発してから何分後か。

④ Ａ子さんが　７０ｍ／分　の速さで出発してから　１５　分後に，Ｂ子さんは　自転車　に　乗って　２２０ｍ／分の速さでＡ子さんを追いかけた。
Ａ子さんがＢ子さんに追いつくのは，Ａ子さんが出発してから何分後か。

注　③と④の微妙な違いがわかるかな？
③では追いかけた人の移動した時間をきいている。
④でははじめに出発した人の移動した時間をきいている。

⑤ リナちゃんが学校を出てから，１２分後に，ルナちゃんが自転車でリナちゃんを追いかけたという。
リナちゃんの速さを　８０ｍ／分　とし，ルナちゃんの速さを２４０ｍ／分とすると，ルナちゃんは何分後にリナちゃんに追いつくか。

⑥ 奈津ちゃんは，家から２㎞離れた学校に向かって，６０ｍ／分　の速さで出発した。
その後，妹の亜紀ちゃんは，奈津ちゃんの出発後　８分　たってから，８０ｍ／分の速さで奈津ちゃんを追いかけた。
妹が出発してから何分後に，姉に追いつくか。

⑦ 上の問⑥において，家から追いつくまでの道のりを求めなさい。

⑧（埼玉91）
ある日，兄と弟の２人は，家からＡ地まで自転車で行くことにしました。
弟は時速１２㎞の速さでＡ地に向かい，兄は弟が出発してから１０分後に，弟と同じ道を時速１８㎞の速さでＡ地に向かったところ，ちょうど同じ時刻に着きました。このとき，家からＡ地までの道のりを求めなさい。

問題の種類の解説

　これがまたいやらしい問題なんですよね。「割合」などという，みんなが大好きなものなんかつかっちゃって，おまけに増えたの減ったのと日本語自体がややこしい。

解き方の要点

　割合の公式（ゴキブリの法則，割合ゴキブリのくら君）を思いだそう。

　中でもいつも使うのは，

（くらべる量）＝（もとにする量）×（割合）

という公式です。

例　２９８０円の商品の消費税（５%）はいくらになるか。

解
$$2980\times\frac{5}{100}=149$$

１４９円

　それと，この基本関係は理解しておくように。

（増加後の量）＝（はじめの量）＋（増えた量）
（減少後の量）＝（はじめの量）－（減った量）

例　２９８０円の商品の消費税（５%）こみの価格はいくらか。

解
$$2980+2980\times\frac{5}{100}$$
$$=2980+\ 149$$
$$=3129$$

３１２９円

例題　田舎中学校の今年の生徒数は去年より１２%増えて，５０４人である。
　去年の生徒数は何人か。

解答　去年の生徒数を x 人とする。

$$\underbrace{x}_{\text{はじめの量}}+\underbrace{x\times\frac{12}{100}}_{\text{増えた量}}=\underbrace{504}_{\text{増加後の量}}$$

$$x+\frac{12}{100}x=504$$
$$x\times100+\frac{12}{100}x\times100=504\times100$$
$$100x+12x=50400$$
$$112x=50400$$
$$x=450$$

答．４５０人

　ただし，慣れてくると基本関係を次のように考えてもいいです。
（むしろこの方が式はすっきりするのだ）

(増加後の量）＝(はじめの量）×(１＋増加率)
(減少後の量）＝(はじめの量）×(１－減少率)

　どういうことかというと，たとえば１２%増えたということは初めに比べると１００＋１２すなわち１１２%になったというように考えることができるのです。

　３０%増えれば１３０%になったと考えたらよい。

　減少の場合も同じことで２０%減少するということは１００－２０すなわち８０%になったと考えればよいのです。

　百分率だけじゃなくて，歩合でも何でもこの考えで考えることができます。

　はじめの例題をこの考えで式をつくれば

解答　去年の生徒数を x 人とする。

$$x\times\frac{112}{100}=504$$
$$\frac{112x}{100}=504$$
$$\frac{112x}{100}\times100=504\times100$$
$$112x=50400$$
$$x=450$$

答．４５０人

　とすることができます。

　では続いて減少する場合の例題。

例題　都会中学校の今年の生徒数は去年より８%減って，７３６人である。
　去年の生徒数は何人か。

解答　去年の生徒数を x 人とする。

$$\underline{x} - \underline{x \times \frac{8}{100}} = \underline{\underline{736}}$$

↑　　↑　　↑

↑　減った量　↑

はじめの量　　減少後の量

$$x - \frac{8x}{100} = 736$$

$$x \times 100 - \frac{8x}{100} \times 100 = 736 \times 100$$

$$100x - 8x = 73600$$

$$92x = 73600$$

$$x = 800$$

答．８００人

同じくこれを減少後の割合で考えると８％減ったということは９２％になったということであるから以下のように式をつくって解くことができます。

慣れてきたら，このように

（１＋増加率）（１－減少率）

で考えて式をつくっていってよいでしょう。

解答　去年の生徒数を x 人とする。

$$x \times \frac{92}{100} = 736$$

$$\frac{92x}{100} = 736$$

$$\frac{92x}{100} \times 100 = 736 \times 100$$

$$92x = 73600$$

$$x = 800$$

答．８００人

★★★練習問題（割合問題　増減編）★★★★

①　ある中学校の今年の新入生は３７７人で，この数は去年の新入生の数より１６％増えているという。

昨年の新入生の数を求めなさい。

②　ある中学校の今年の生徒数は去年より５％減って，６０８人である。

去年の生徒数は何人か。

★★★練習問題（割合問題　割合編）★★★★

②（東京都立高専91）

４０人のクラスに，２人の男子と，３人の女子が加わったところ，女子の割合が全体の４０％になった。

最初に女子は何人いましたか。

③　ある学校の生徒数は，男女合わせて４５０人である。

このうち，女子の生徒数は男子の生徒数の $\frac{4}{5}$ である。

この学校の男子，女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

問題の種類の解説

　割合増減問題の中でも，代金に関して割引をしたという問題がよくあります。
　まず用語の意味と，関係を理解しておきましょう。

定価（もともと品物についている値段），
　（もうけを考えて，品物についている値段）
売価（割引きして売る値段），
　　　「売り値」ともいう。
原価（もうけを考える前の値段）
　　　「仕入値」でもある。
利益（もうけ）

解き方の要点

（定価）＝（原価）＋（利益）

　つまり，初めに定価をつけるときには，このように原価（仕入れた値段）にいくらかの利益を考えて定価をつけます。
　定価で売れば，ここで考えた分が利益となります。

例１　２００円で仕入れた品物に１５０円の利益を見込めば定価は
　２００＋１５０＝３５０　　で　３５０円
例２　３００円で仕入れた品物に４割の利益を見込めば定価は

$$300+300\times\frac{4}{10}=300+120=420$$

　で　４２０円

　しかし，たいていこの手の問題では割り引きをします。

（売価）＝（定価）－（割り引き値）

　よくやってる「××割引」「××％ＯＦＦ」なんてのはこの計算式です。
　もともと利益を見込んでつけた定価の割引なので，お店の人は損はしないのです。

　ここで，（割り引き値）の計算は

（割り引き値）＝（定価）×（割引き率）

で計算します。

例３　本日お客様感謝デーにつき２割引きです。
　定価１０００円の品物は

$$1000-1000\times\frac{2}{10}=1000-200$$

$=800$　　で　８００円　が売価です。

　最後には

（利益）＝（売り値）－（仕入値）

　つまり，これが最終的にお店の人のもうけです。初めに仕入れた値段から，お客さんが買った売り値を引けばいいということですね。

例４　原価２０００円の品物に５割の利益を見込んで定価をつけたが，安売りで定価の２割引きで売った。利益はいったいいくらか。
　単純に５割引く２割で３割の利益としてはだめですね。実際に計算すると
　定価は

$$2000+2000\times\frac{5}{10}=2000+1000$$

$=3000$
　売価は

$$3000-3000\times\frac{2}{10}=3000-600$$

$=2400$
　したがって，利益は
　２４００－２０００＝４００
　　で　４００円　のもうけということになります。

　さて，以上のような売買の関係でも§.８でふれたように
　（１＋増加率）（１－減少率）
の関係を使って式をつくっていってもいいです。
　例えば最初の例２で４割の利益を見込むということは，もとの仕入れ値に対して１４割（つまり１０＋４）の値段がついたと考えたらよいのです。

例２　３００円で仕入れた品物に４割の利益を見込めば定価は

$$300\times\frac{14}{10}=420$$

　で　４２０円

　これは割引でもいっしょです。
　２割引をするということは８割の値段（つまり１０－２）で売っているということです。

例３　本日お客様感謝デーにつき２割引きです。
　定価１０００円の品物は

$$1000 \times \frac{8}{10} = 800$$

で　８００円　が売価です。

あー，ややこしいね。こんな問題できなくったっていいと思うのだけど，ときどき問題集に出てきます。そのときのための解説です。興味を持った人は挑戦してみましょう。

例題

原価の４割の利益を見込んで定価をつけた商品を，定価の１割引で売ったところ，５２０円の利益があったという。

この商品の原価を求めなさい。

考え方　この手の問題は割合が何回も登場して複雑になるので，徐々に式を作っていくとよい。

まず定価を表す式を作る。

つぎに売価を表す式を作る。

そして利益の関係から方程式を作る。

つまり３段階方式である。

解答

原価を x 円とする。

定価は

$$x + x \times \frac{4}{10} = x + \frac{4}{10}x$$

$$= \frac{10}{10}x + \frac{4}{10}x = \frac{14}{10}x = \frac{14x}{10}$$

売価は

$$\frac{14x}{10} - \frac{14x}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{14x}{10} - \frac{14x}{100}$$

$$= \frac{140x}{100} - \frac{14x}{100} = \frac{126x}{100}$$

そこで利益に関してつくれる式は

$$\frac{126x}{100} - x = 520$$

$$126x - 100x = 52000$$

$$26x = 52000$$

$$x = 2000$$

答.　２０００円

★★★★★★練習問題★★★★★★★★★

注．以下の問題はすべて消費税については考えないものとする。

①　仕入れ値段の２５％の利益を見込んで，万年筆１本の定価を６０００円とした。
　この万年筆１本の仕入れ値段を求めなさい。

②　ある品物を定価の２割引きで買って，２０００円を出したところ，４８０円のおつりがあった。
　この品物の定価はいくらか，求めなさい。

③　ある商品に仕入れ価格の３割の利益を見込んで定価をつけたが，売るときは定価の２割引で売って，なお３６０円の利益があったという。
　この商品の仕入れ価格を求めなさい。

④　ある品物に仕入れ値段の４割の利益を見込んで定価をつけたが，売るときには定価の２割引で売ったので，利益は２４０円になったという。
　仕入れ値段を求めなさい。

⑤　ある品物に，仕入れ値の２割の利益を見込んで定価をつけたが，売れなかったので，大売り出しのとき，定価から１２０円引きで売ったところ，仕入れ値段の５％の利益があった。
　この品物の仕入れ値段を求めなさい。

⑥　ある商品に，原価の４割の利益を見込んで定価をつけた。
　この商品を定価の２割引で売っても２６４０円の利益があるという。
　この商品の原価を求めなさい。

⑦　原価の２割の利益を見込んで定価をつけた商品を１割引で売って，２４０円の利益を得た。
　この商品の原価を求めなさい。

⑧　ある商品を１００個仕入れ，３割の利益を見込んで定価をつけた。
　６０個を定価で売ったあと，残りを１個につき定価より２００円安くしたところ，全部売り切れた。
　この商品全体の利益は３７０００円であった。
　この商品１個の仕入値を求めなさい。

<u>問題の種類の解説</u>　さーて，出ました食塩水問題。３年生の実力試験で出したって，正答率がとっても低いというこの問題。要するにだ，その内容は食塩水どうしの混ぜ合わせ。すると当然ちがった濃度の食塩水ができあがる。そんな問題。

<u>濃度についての復習</u>
　はじめに濃度についての確認と復習をしよう。食塩水問題を解くときには濃度とは何かについての理解が欠かせない。
　濃度とはどうやって求めるのかというと

$$（濃度）=\frac{（食塩の重さ）}{（食塩水の重さ）}$$

　である。
　つまり濃度とは食塩水の重さに対して食塩がどれだけ入っているのかというその割合のことだ。
　この公式は別の見方をすると

$$（濃度）=\frac{（食塩の重さ）}{（水の重さ）+（食塩の重さ）}$$

　というように考えることもできる。

例題　水８０ｇに食塩２０ｇを加えると何%の食塩水ができるか。

$\frac{20}{80}=0.25$　で２５%ではない。
　できあがる食塩水の重さは８０＋２０（ｇ）である。

解

$$\frac{20}{80+20}=0.20$$

<u>答.　２０%</u>

　このようにして求めるのであるが，濃度は普通百分率で表す。
　よくある果物の飲料で果汁××%と書いてあるものがあるが，これも濃度である。
（ちなみに果汁１００%でないとジュースとは表示していけないことになっている。）

　ここで，この公式はゴキブリの法則に当てはめることができるのだ。
　濃度の公式はゴキブリの法則，塩水ゴキブリのしーちゃんである。

　中でも問題を解くときにいつも使うのは，

$$\boxed{（食塩の重さ）=（食塩水の重さ）\times（濃度）}$$

という公式です。

例題　７%の食塩水が５００ｇある。この食塩水に含まれる食塩は何ｇか。

解

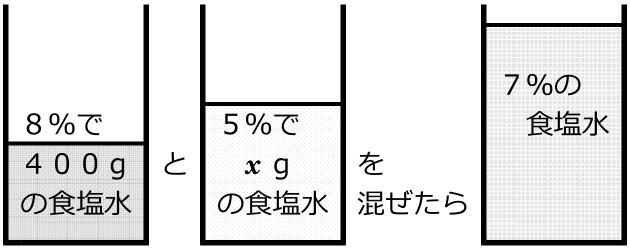
$$500\times\frac{7}{100}=35$$

<u>答.　３５ｇ</u>

では本格的な食塩水問題に取り組んでみよう。

例題　＜食塩水＋食塩水＞
　８％の食塩水が４００ｇある。
　これに，５％ の食塩水をまぜて７％ の食塩水をつくりたい。
　５％の食塩水は何ｇまぜればよいか。

考え方　５％の食塩水を x ｇまぜるとします。
　まぜるもの（つまり８％の食塩水，５％の食塩水）とできあがるもの（７％の食塩水）についての表をつくって，順番にうめていくのが一番よい。



濃度	８％	５％	７％
食塩水の重さ	４００	x	①
食塩の重さ	②	③	④

①　まぜるのだから重さは和です。
　つまり　$400+x$　ということだ。

②③　ここは公式で出ますね。ゴキブリの法則です。

　②なら $400\times\frac{8}{100}$　③なら $x\times\frac{5}{100}$

④　さて，ここが問題。
　縦にみると，７％の食塩水（$400+x$）ｇに含まれる食塩の重さだから，ゴキブリの法則で求めると

$$(400+x)\times\frac{7}{100}$$

　横にみると，２つの食塩水を混ぜ合わせたときの食塩の重さは，元の食塩の重さの和ですね。
　つまり，この手の問題では，食塩の重さに着目する，というのがミソなんです。
つまり

（はじめの食塩水の中の食塩の重さ）
　＋（食われる食塩水の中の食塩の重さ）
　＝（できあがった食塩水の中の食塩の重さ）

という関係で方程式がつくれるのです。

解答　５％の食塩水を x ｇまぜるとする。

$$400\times\frac{8}{100}+x\times\frac{5}{100}=(400+x)\times\frac{7}{100}$$

$$32+\frac{5x}{100}=\frac{7}{100}(400+x)$$

かっこはずして

$$32+\frac{5x}{100}=28+\frac{7x}{100}$$

両辺１００倍して

$$32\times100+\frac{5x}{100}\times100=28\times100+\frac{7x}{100}\times100$$

$$3200+5x=2800+7x$$

$$5x-7x=2800-3200$$

$$-2x=-400$$

$$x=200$$

答．　２００ｇ

発展問題
　食塩水と食塩水を混ぜる以外にも
「食塩水と水を混ぜる」
「食塩水と食塩を混ぜる」
「食塩水から水を蒸発させる」
などといったように，いろいろな発展問題があります。
　しかし，いずれにしても，それぞれのものの濃度を考え，ふくまれる食塩の量を考えるとすべて解けるのです。
　水ならば　濃度　０%の食塩水と考え，ふくまれる食塩の量は　０ｇ　と考えるとよいし，
　食塩ならば　濃度１００%の食塩水と考え，ふくまれる食塩の量は食塩水の重さそのものと考えるとよいのです。

例題　<食塩水＋水>
　１５%の食塩水１６０ｇに水を加えて５%の食塩水をつくりたい。
　加える水の量は何ｇか求めなさい。

濃度	１５%	０%	５%
食塩水の重さ	１６０	x	
食塩の重さ		０	

解答　水を x ｇ加えるとする。

$$160\times\frac{15}{100}+0=(160+x)\times\frac{5}{100}$$

$$24+0=\frac{5}{100}(160+x)$$

かっこはずして

$$24+0=8+\frac{5x}{100}$$

両辺１００倍して

$$24\times100=8\times100+\frac{5x}{100}\times100$$

$$2400=800+5x$$

$$-5x=800-2400$$

$$-5x=-1600$$

$$x=320$$

答．３２０ｇ

例題　<食塩水＋食塩>
　１５%の食塩水１６０ｇに食塩を加えて，２０%の食塩水をつくりたい。
　加える食塩の量は何ｇか求めなさい。

濃度	１５%	１００%	２０%
食塩水の重さ	１６０	x	
食塩の重さ		x	

解答　食塩を x ｇ加えるとする。

$$160\times\frac{15}{100}+x=(160+x)\times\frac{20}{100}$$

$$24+x=\frac{20}{100}(160+x)$$

かっこはずして

$$24+x=32+\frac{x}{5}$$

両辺　５倍して

$$24\times5+x\times5=32\times5+\frac{x}{5}\times5$$

$$120+5x=160+x$$

$$5x-x=160-120$$

$$4x=40$$

$$x=10$$

答．１０ｇ

★★★練習問題★★★★★★★★★★★★★

①<食塩水＋食塩水>

６%の食塩水が５００ｇある。
これに，１２%の食塩水をまぜて，８%の食塩水をつくりたい。
１２%の食塩水を何ｇまぜればよいか。

②<食塩水＋食塩水>　（専修大学附属高校90）

１０%の食塩水２００ｇに５%の食塩水をまぜて，７%の食塩水をつくりたい。
５%の食塩水を何ｇまぜればよいか。

③<食塩水＋食塩水>　（近畿大学附属高校90）

１０%の食塩水と，４０%の食塩水を混ぜて，１２%の食塩水を３００ｇつくるとき，１０%の食塩水は何ｇいるか。

④<食塩水＋食塩水>　（明善高校90）

１２%の食塩水が４００ｇある。
これに６%の食塩水を加えて，８%の食塩水にするには，何ｇ加えればよいか。

⑤<食塩水＋食塩水>　（修道高校90）

１２%の食塩水と７%の食塩水をまぜあわせて，１０%の食塩水を２００ｇつくりたい。
何ｇずつまぜあわせるとよいか。

⑥<食塩水＋水>　（埼玉90）

１２%の食塩水が３００ｇあります。この食塩水に水を加えて，１０%の食塩水を作るには，水を何ｇ加えればよいか求めなさい。

⑦<食塩水＋食塩>　（駿台甲府高校89）

１０%の食塩水に５ｇの食塩を入れたら，１９%の食塩水となった。
１０%の食塩水は何ｇあったか。

⑧<食塩水＋水>　（大阪桐蔭高校89）

２０%の食塩水が１５０ｇある。
これに水を x ｇ加えて６%の食塩水をつくりたい。x を求めなさい。

⑨<食塩水＋水＋食塩>　（愛知91）

８%の食塩水１００ｇに，水１６０ｇと食塩を加えたら，１０%の食塩水ができた。
加えた食塩の量は何ｇか。

⑩<食塩水－水>　（法政大女子校91）

１０%の食塩水 x ｇを熱して，水４０ｇを蒸発させると，２０%の食塩水になった。x を求めなさい。

⑪<食塩水－食塩水＋水>

９%の食塩水がいくらかある。
今この中から１００ｇを取り出し，その残りへ水２００ｇを入れて，その濃度を調べたら５%であった。初めの食塩水は何ｇであったか求めなさい。

⑫<食塩水＋食塩水>

３% の食塩水２００ｇに x %の食塩水１００ｇを加えたら，４%の食塩水ができた。
x の値を求めなさい。

????楽しい問題集??????????????????????????

速さ編

①　毎朝決まった時刻に家を出て，自転車で駅へいくとき，毎時１６㎞の速さでは，電車の発車時刻の１５分前に着く。また，毎時９.６㎞の速さでは，発車時刻の１５分後に着く。

　電車の発車前１０分に駅に着くには，毎時何㎞の速さにすればよいか。

②（専修大学附属高校90）　Ａさんは自宅から１３㎞はなれたＢさん宅に歩いて行くことにした。

　そのことをＢさんに電話で連絡し，午前１０時に出発した。Ａさんの歩く速さは時速４㎞である。

　Ｂさんは用事をすませ，１０時を過ぎて自宅から自動車でＡさんを迎えに行った。自動車は時速４０㎞で，Ａさんに出会うとすぐに引き返し，午前１１時にＢさん宅に着いた。

　Ａさんの歩いた距離と，Ｂさんが自宅を出た時刻を求めなさい。

③（國學院高校90）　ある電車が７５０ｍの鉄橋を渡りはじめてから，渡りおわるまでに３５秒かかり，また，同じ速さで１５００ｍのトンネルを通過するとき，４０秒は全くトンネルにかくれていた。このとき次の(1)(2)の問に答えなさい。

(1)この電車の長さは何mですか。また，速さは毎秒何mですか。

(2)この電車の反対方向から，長さ１５０ｍの貨物列車が毎秒１５ｍの速さで進んできて，この電車とすれちがった。このとき，出会ってからすれちがい終わるまでにかかった時間を求めなさい。

????うれしい問題集????????????

基本的数量関係編

①（嘉悦女子高校90）　ある学校の入学試験で，試験場として使用できる教室の数は決まっています。受験生を１教室に４０人ずつ入れると，ちょうど２教室余るので，３６名入れる教室と４０名入れる教室をつくることにしました。その結果，３６名入れる教室と，４０名入れる教室との比を４：３にすると，受験生全員を空席なく入れることができました。

次の問に答えなさい。

(1)使用できる教室の数を x として，方程式をつくりなさい。

(2)この学校の受験生の数を求めなさい。